

Vestiges d'une terminale S Spécialité - Programmes appliquant l'algorithme d'Euclide pour calculer les PGCD et coefficients de Bezout de deux entiers positifs

Quelques mots d'explication

L'algorithme d'Euclide permet de calculer le PGCD de deux entiers a et b ainsi les coefficients u et v apparaissant dans l'identité de Bezout $a.u + b.v = \text{PGCD}$.

Son application conduit à construire la suite finie (r_k) définie par récurrence par :

$$\begin{cases} r_0 = a \text{ et } r_1 = b \\ \text{Au rang } k, \text{ si } r_{k-1} \text{ divise } r_{k-2} \text{ alors la suite s'arrête} \\ \text{sinon } r_k = \text{Reste de la division euclidienne de } r_{k-2} \text{ par } r_{k-1}. \end{cases}$$

Le dernier terme de cette suite des restes est le PGCD de a et b.

A chaque étape du processus, il est possible d'exprimer le reste r_k en fonction de a et b.

Le présent programme applique l'algorithme d'Euclide en donnant pour chaque étape les paramètres suivants :

Le dividende a et le diviseur b	Le quotient q et le reste r de la division de a par b	Les coefficients u et v tels que $\text{Reste } r = a \times u + b \times v$
---------------------------------	---	--

Programme pour Texas Ti-80 et autres systèmes compatibles

<u>INPUT</u> "A=", A	<u>IF</u> R=0
<u>INPUT</u> "B=", B	<u>GOTO</u> 2
1→C	C-Q×E→G
0→D	D-Q×F→H
0→E	<u>DISP</u> "U V"
1→F	<u>DISP</u> G, H
<u>LBL</u> 1	<u>PAUSE</u>
<u>INT</u> (A/B) →Q	E→C
A-B×Q→R	F→D
<u>DISP</u> "ETAPE"	G→E
<u>DISP</u> "A B"	H→F
<u>DISP</u> A, B	B→A
<u>PAUSE</u>	R→B
<u>DISP</u> "Q R"	<u>GOTO</u> 1
<u>DISP</u> Q, R	<u>LBL</u> 2
<u>PAUSE</u>	<u>DISP</u> "FINI. PGCD, U, V"
	<u>DISP</u> B, E, F

Où trouver les instructions en gras soulignées ?

- **LBL, GOTO, PAUSE, IF, THEN et END** dans le menu **PRGM/CTL**.
- **DISP et INPUT** dans le menu **PRGM/I-O**
- Le symbole = dans le menu **TEST**.

La flèche d'affectation → s'obtient avec la touche **STO▶**.

Programme pour Casio Fx-6910G et autres systèmes compatibles

"A=" ? →A	C-Q×E→G
"B=" ? →B	D-Q×F→H
1→C	"U, V"
0→D	Q▲
0→E	R▲
1→F	E→C
<u>Lbl</u> 1	F→D
<u>Int</u> (A÷B) →Q	G→E
A-B×Q→R	H→F
"ETAPE"	B→A
"A, B"	R→B
A▲	<u>Goto</u> 1
B▲	<u>Lbl</u> 2
"Q, R"	"FINI PGCD U V"
Q▲	B▲
R▲	E▲
<u>If</u> R=0	F▲
<u>Then Goto</u> 2	
<u>IfEnd</u>	

Où trouver les instructions en gras soulignées ?

- **Lbl et Goto** dans le menu **PRGM/JUMP**.
- **If, Then et IfEnd** dans le menu **PRGM/COM**.
- ? et ▲ dans le menu **PRGM**. Appuyer une fois sur la flèche ▶ pour faire défiler les instructions.
- Le symbole = dans le menu **PRGM/REL**. Appuyer une fois sur la flèche ▶ pour faire défiler les instructions.

La flèche d'affectation → s'obtient avec la touche store de symbole →.

Limitations de garantie

Les programmes ci-dessous sont fournis gratuitement sans aucune garantie mais a priori, ils marchent. Si tel n'était pas le cas, leur auteur qui tient à conserver l'anonymat décline toute responsabilité